Exercice 1

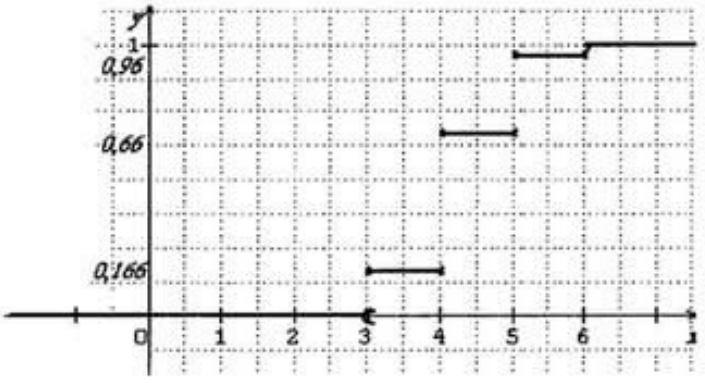
1) $X(\Omega) = \{3, 4, 5, 6\}$

- $p(X=3) = \dfrac{C_6^3}{C_{10}^3} = \dfrac{20}{120}$
- $p(X=4) = \dfrac{C_6^2 \times C_4^1}{C_{10}^3} = \dfrac{60}{120}$
- $p(X=5) = \dfrac{C_6^1 \times C_4^2}{C_{10}^3} = \dfrac{36}{120}$
- $p(X=6) = \dfrac{C_4^3}{C_{10}^3} = \dfrac{4}{120}$

2) soit F la fonction de répartition de la variable X :

$$F(X) = \begin{cases} 0 & x \in]-\infty, 3[\\ \dfrac{20}{120} & x \in [3, 4[\\ \dfrac{80}{120} & x \in [5, 6[\\ \dfrac{116}{120} & x \in [4, 5[\\ 1 & x \in [6, +\infty[\end{cases}$$

Représentation graphique de F(X)



Exercice 2

On a :

$F(-2) = p(X \leq -2) = 0,1$

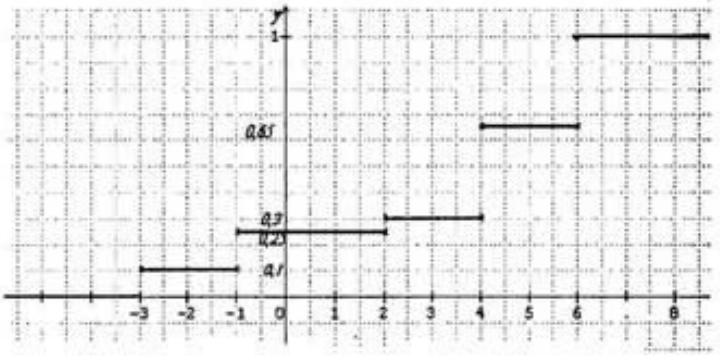
$F(0) = p(X \leq 0) = 0,25$

$F(4,2) = p(X \leq 4,2) = 0,65$

La fonction de répartition de X est définie ainsi :

$$F(X) = \begin{cases} 0 & si \ x \in]-\infty, -3[\\ 0,1 & si \ x \in [-3, -1[\\ 0,25 & x \in [-1, 2[\\ 0,3 & x \in [2, 4[\\ 0,65 & si \ x \in [4, 6[\\ 1 & si \ x \in [6, +\infty[\end{cases}$$

Représentation graphique de F(X)



Exercice 3

On sait que :

$$E(X) = \sum_i x_i p_i = -2a - 1x0,15 + 2x0,25 + 4b + 6x0,1$$

$$= -2a + 4b + 0,95 \text{ or } E(X) = 1,05$$

D'où $-2a + 4b = 1,05 - 0,95 = 0,1$

De plus on sait que : $\sum_i p_i = 1$

$\Rightarrow a + 0,15 + 0,25 + b + 0,1 = 1$

$\Rightarrow a + b + 0,5 = 1 \Rightarrow a + b = 0,5$

Donc a et b vérifie :

$$\begin{cases} -2a + 4b = 0,1 \\ a + b = 0,5 \end{cases} \overset{(1)\boxed{-}\boxed{2}(2)}{\Rightarrow} 6b = 1,1 \Rightarrow b = \frac{11}{60}$$

Et par suite : $a = 0,5 - b = \dfrac{30}{60} - \dfrac{11}{60} = \dfrac{19}{60}$

$\Rightarrow$ $\boxed{a = \dfrac{19}{60} \text{ et } b = \dfrac{11}{60}}$

Exercice 4

On désigne par R, B, V et J les évènements :

R « tirer une boule rouge » B « tirer une boule bleue »

V « tirer une boule verte » J « tirer une boule jaune »